

KAMU MALİ DENETİMİNDE İSTATİSTİKSEL BİR YAKLAŞIM: BENFORD YASASI

Öğr. Gör. Uğur DÜNDAR

Özet

1800’lü yılların ikinci yarısında Simon Newcombe tarafından fark edilen ve 1900’lü yılların ikinci çeyreğinde Frank Benford tarafından formüle edilen *Logaritmik Olasılık Yasası*, 1990 yılında Mark J. Nigrini tarafından muhasebe hile ve hatalarının tespitinde kullanılmasıyla dış denetim alanında son derece anlamlı ve popüler bir teknik konumuna gelmiştir. 1990’lardan günümüze yazılım sektörünün konuya eğilmesi ile birlikte yaklaşım dış denetim şirketlerinin vazgeçilmez denetim araçlarından birisi olmuştur. Çalışmada ilk olarak çalışanlara vergi iadesi uygulandığı dönem belgeleri üzerinde bir analiz yapılmış; daha sonra henüz yayımlanmamış akademik bir çalışmada kullanılan mali veriler analiz edilmiştir. Vergi iadesine konu oluşturan harcama belgeleri üzerinde yapılan analizde tam isabetle örneklem daraltılarak gerçeği göstermeyen harcama belgesi tespit edilmiştir. Akademik çalışma ampirik modelde kullanılan veriler üzerinde yapılan analizde verilerde herhangi bir hataya rastlanmamıştır.

Bu çalışmanın amacı, 1990’lı yıllardan beri muhasebe hile ve hatalarının tespitinde özel sektörde yaygın bir biçimde kullanılan tekniğin, kamusal denetimde de etkin olarak kullanılabileceğini göstermek olacaktır.

Anahtar Kelimeler: Mali Denetim, Benford Yasası, Basamak Analizi

AN ANALYTICAL TEST FOR PUBLIC AUDITING: BENFORD’S LAW

Abstract

Benford’s Law was discovered by an American astronomer S.Newcombe in 1881, then formulated and tested by a physicist F. Benford in 1938. Since then the digit analysis has being called as Benford’s Law. In 1972, H. Varian suggested that the law could be used to analyze socio-economic data, and then M.J. Nigrini has showed that the law could be used in fraud control in accounting and auditing. In this paper we analyzed vouchers and government statistics used in another academic research. Using first digit analysis we determined a fraud in vouchers, however there was no fundamental error on government statistics used in the research. Both examples have the tendency to logarithmic probability distribution as expected.

The purpose of this paper is twofold. One is to introduce Benford’s empirical tool and the other is to show that the analytical technique can be used efficiently in public fraud analysis.

Keywords: Fraud Analysis, Benford’s Law, Digit Analysis

JEL Classification Codes: C46, H83, M42

GİRİŞ

1880’li yıllarda Simon Newcomb isimli bir uzay bilimcisi çalışmalarında büyük sayıların çarpımını yaparken kullandığı logaritma cetvellerinin ilk sayfalarının yoğun olarak kullanıldığını ve bu nedenle de yıprandığını fark etmiştir. Yani bir veri setinde yer alan rakamların ilk hanelerinin 4,5,6,7,8,9 rakamlardan çok 1,2,3, gibi düşük rakamlarla başladığını sezmiş ve Newcomb bunu bir makale ile bilim insanlarına duyurmuştur. Newcomb herhangi bir rakamın N ile başlaması ihtimalini $\log(N+1)-\log N$ olarak formüle etmiştir. Fizikçi Frank Benford 1938 yılında moleküler fizik, coğrafik büyüklükler, nüfus hareketleri gibi temel ve sosyal bilimler için farklı alanlarda modelin uygulamasını test etmiş ve logaritmik dağılım

fonksiyonunun etkin bir şekilde işlediğini ortaya koymuştur. 1972’de Hall Varian, Benford Yasası’nın muhasebe kayıtları ve kamu kesiminde kullanılabileceğini ortaya koymuştur. BY’nın muhasebe kayıtları ve muhasebe hile ve hatalarının bulunmasında kullanılması ise Mark Nigrini ile hayata geçmiştir.

$$E_{DF} = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{D} \right) \text{ ve } D = 1, 2, 3, \dots, 9$$

Benford Yasası (BY) olarak bilinen *Logaritmik Olasılık Yasası* ilk olarak 1881 yılında astronom-matematikçi olan Simon Newcomb tarafından ortaya atılmıştır. Newcomb, henüz analog işlemcilerin bile bulunmadığı, hesaplamaların logaritma tabloları yardımıyla yapıldığı yıllarda, logaritma tablolarının ilk sayfalarının ileriki sayfalardan daha fazla yıprandığını fark etmiş ve bunun üzerine anlamlı sayılar üzerinde yaptığı bir araştırma ile insanların küçük rakamları büyük rakamlara daha fazla tercih ettiklerini ortaya koymuştur. Rassal üretilmiş sayılardan oluşan veriler kümesi rakamları normal dağılım gösterirken; anlamlı veriler yığımında yer alan rakamların normal dağılıma uymadığını ispatlayan Newcomb, heneleri oluşturan rakamların ortaya çıkış olasılıklarını (E_{DF}), logaritmik bir fonksiyon biçiminde formüle etmiştir. Formülde D herhangi bir sayı için herhangi bir hanedeki rakamı temsil etmektedir.⁷Newcomb, araştırma bulgularını *American Journal of Mathematics* dergisinde dünyaya açıkladığında logaritmik olasılık teorisi şüphe ile karşılanmıştır. Amerikalı astronom Frank Benford’un bütçe, gelir vergisi, nüfus verileri, telefon idaresi verileri, coğrafik veriler, fizik yasalarına ilişkin verileri kullanarak yaptığı analiz sonrasında aynı sonuçlara ulaşmasıyla 1938’li yıllara değin unutulmuş logaritmik olasılık yasası, yeniden gündeme gelmiştir.⁸ Benford’un yaptığı ampirik çalışmaları *American Men of Science*’da yayımlaması ile logaritmik olasılık yasası popüler hale gelmiş ve Benford’un adı ile anılmaya başlanmıştır. Diaconis ve Freedman, Benford’un verileri doğru sonuçlara ulaşmak için manipüle ettiğini ileri sürmüştü; ancak T.D. Hill manipüle edilmiş verilerde de logaritmik olasılık dağılımının uyumlu olduğunu ispat etmiştir. Hill ve Boyle’nin farklı kaynaklardan alınarak birleştirilen veri setleri veya kayıp verileri tamamlamak için sayı üretimi ve sayıların katlarının kullanılması durumunda da dağılımın doğru sonuçlar verdiğini istatistiksel olarak ortaya koymaları ile BY sağlam teknik bir temel üzerine oturmuştur.⁹

Çizelge I: Benford Frekans Dağılımı Tablosu

D	İlk Basamak E(FDF)	İkinci Basamak E(SDF)	Üçüncü Basamak E(TDF)	Dördüncü Basamak E(FDF)
müsr0	*	0,11968	0,10178	0,10018
1	0,30103	0,11389	0,10138	0,10014
2	0,176091	0,10882	0,10097	0,10010
3	0,124939	0,10433	0,10057	0,10006
4	0,09691	0,10031	0,10018	0,10002
5	0,079181	0,09668	0,09979	0,09998
6	0,066947	0,09337	0,09940	0,09994
7	0,057992	0,09035	0,09902	0,09990
8	0,051153	0,08757	0,09864	0,09986
9	0,045757	0,08500	0,09827	0,09982

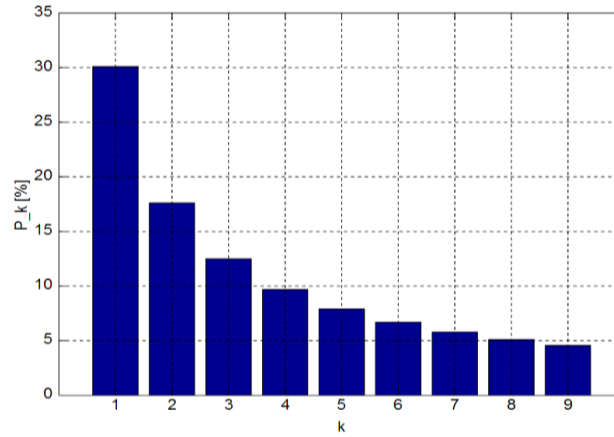
Kaynak: Mark J. Nigrini, “I’ve Got Your Number”, *Journal of Accountancy*, May 1999. <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>. s.80.

⁷ http://www.cut-the-knot.com/do_you_know/zipfLaw.html

⁸ <http://americanscientist.org/articles/98articles/hillcap2.html>

⁹ a.g.e.

Çizelge1, BY, frekans dağılım tablosudur. Çizelge 1, ana kütle veya örneklemden alınmış istatistiksel olarak anlamlı bir veriler kümesinden çekilen bir sayının en solundaki rakamın ortaya çıkış frekanslarını göstermektedir. Basamak analizinin görsel algılamayı kolaylaştırmak için dağılıma ilişkin grafik aşağıda verilmiştir.



Grafik 1: BY Frekans Dağılım Grafiği

Örneğin, veri kümesinden çekilen bir sayının 1 ile başlaması ihtimali %30 iken, 2 rakamı ile başlaması ihtimali %17,6'dır.¹⁰ İlk iki rakamın (FTD=1 olması ihtimali %4 civarındadır.

$$E(FTD) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{11} \right) = 0,0378 \Leftrightarrow D = 11$$

1972 yılında iktisatçı H.R. Varian, logaritmik olasılık dağılımının sosyal bilimlerde kullanılabileceğini ortaya koymuştur. 1989'da Carslaw, Yeni Zelanda firmalarının açıkladıkları mali tabloların fazlasıyla sıfırdan oluştuğunu tespit etmiş ve BY ile analiz yaptığında mali verilerde yuvarlama yoluyla düzeltmeler yapıldığını tespit etmiştir. 1989'da J.K. Thomas, Carslaw'ın çalışmasını ABD firmaları için yapmış ve benzer sonuçlara ulaşmıştır.¹¹ 1990 yılında, Mark J. Nigrini, BY kullanarak nüfus ve vergi gelirleri üzerine yaptığı çalışmalar sonrasında bu verilerin BY'nı yakından takip ettiğini ortaya koymuştur. Nigrini'nin 200bin civarında mükellefin vergi beyanlarına ilişkin verileri kullanarak hazırladığı "*Vergi Kayıp ve Kaçaklarının Benford Yasası ile Analizi*" başlıklı doktora tezi, kamu gelir-harcama profili analizinde BY'nın kullanılmasında temel çalışma olmuştur. Nigrini Amerika başkanı Clinton'un vergi ödemelerini analiz ederek veri setinde yuvarlamalar olduğunu tespit etmesi BY'nı denetimde popüler konuma getirmiştir. 1993 yılında Eduardo Lay Dow Jones Endüstri Verileri'ni BY ile analiz etmiş ve piyasa hareketlerinin dağılıma uygun olduğunu ortaya koymuştur. Analizin muhasebe denetiminde hızlı kabul görmesi bu konuda dijital analiz programlarının yazılmasına yol açmıştır.¹² 1996 yılında, Ted Hill, verilerin değişmezlik ölçüsü üzerine yaptığı çalışma ile BY matematiksel olarak ispatlamıştır. Hill'e göre anlamlı bir ilk

¹⁰ <http://americanscientist.org/articles/98articles/hillcap2.html>

¹¹ DURTSCHI, Cindy, Willam HILLISON ve Carl PACINI, (2004), "The Effective Use of Benford's Law to Assist in Detecting Fraud in Accounting Data", **Journal of Forensic Accounting**, 1524-5586 Vol.5, pp. 17-34.

¹² Malcolm W. BROWN, "Following Benford's Law or Looking Out For No.1", **The New York Times: Science**, August 4 1998, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf> ve Lee BERTON, "He's Got Their Number: Scholars Uses Math To Foil Financial Fraud", **The Wall Street Journal**, July 10 1995, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>. Robert McNatt, "A Penny Earned Is A Penny Fudged", **Business Week: Up Front**, December 14 1998, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm>

basamak yasaının varlığı ölçeğe göre değişmezlik göstermelidir.¹³ Logaritmik olasılık yasaının ispatından sonra BY bir çok bilim dalında kullanılmaya başlanmıştır.¹⁴

Nye ve Moul'un OECD için hazırladıkları uluslararası ekonomik verilerin güvenilirliğinin BY ile test edilmesine yönelik çalışması, BY ekonomik verilerin güvenilirliğinin analizinde etkin bir araç olduğunu ortaya koymuştur. Nye ve Moul, çalışmalarında Afrika ülkelerinin veri setlerinde önemli sapmaların olduğunu ve bu verileri kullanarak yapılan ampirik çalışma sonuçlarının yanıltıcı olduğuna ortaya koymuştur. Garcia ve Pastor benzer bir çalışma ile uluslararası istatistiklerin güvenilirliğini test etmede BY'nın iyi bir araç olduğunu bir kez daha kanıtlamıştır.¹⁵

Bu alanda yerli literatürde de son yıllarda çok sayıda çalışma ortaya konulmuştur. Bu çalışmalar arasından farklı uygulama alanları nedeniyle seçilecek birkaç çalışma ve sonuçlarından kısaca bahsetmek tekniğin ülkemizde de bir geniş bir alanda uygulanabilir olduğunun ortaya konulması açısından faydası olacaktır. Akkaş (2007), bir firmanın muhasebe hesapları içinden Ticari Mallar Hesabı üzerinde yaptığı çalışma sonucunda bir rakamın BY uymayacak şekilde tekrar ettiğini tespit etmiştir. Bunun nedeni hesaplar üzerinde yapılan denetimlerde döviz üzerinden yapılan alım ve satımların TL'ye çevrilmesinde kullanılan kurdan ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Alagöz ve Ay 2002 yılı İMKB verilerini ABD doları üzerinden aylık işlem hacimlerini analiz etmişler ve BY uyumluluğu tespit etmişlerdir. Buradan İMKB'de ilgili dönemde bir spekülasyon hareketi olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Boztepe (2013), Bursa Yıldırım Belediyesi aylık bütçe gelir gider gerçekleştirmeleri üzerine yaptığı analizde BY uyumluluk tespit etmiş ve belediye hesaplarından ilgili dönemde bir hata veya hile olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Yanık ve Samancı (2013), bir KİT olan Şeker Fabrikası Genel Yönetim Giderleri üzerinde yaptığı analizde BY uyumluluk tespit etmiş ve KİT ilgili hesaplarında bir sapma gözlemlenmediğini ifade etmiştir. Yıldırım ve İnel (2012), nicelik tahmin örnekleme, parasal birim örnekleme ve BY karşılaştırmalı olarak incelediği makalesinde nicel denetim teknikleri içinde BY oldukça etkin bir teknik olduğunu vurgulamıştır. Özer ve Babacan (2013), bankaların raporladıkları nazım hesap bakiyeleri üzerinde yaptıkları çalışmada ekonomi politikaları ve bankacılık sektörü düzenlemeleri ile sapmalar arasında yakın ilişki tespit etmişlerdir. Türkyar (2007) makalesinde ACL, CaseWare ve IDEA gibi nicel analiz programları kullanılarak BY analizlerinin kolaylıkla yapılabileceği tespitinde bulunmuştur. Çatıkkaş ve Çalış'a göre BY gibi proaktif denetim yöntemlerinin kullanılması bir yandan denetim etkinliğini artırmakta; diğer yandan hile ve hatalar için bir erken uyarı sistemi görevi üstlenmektedir.

1. Benford Yasası Teknik Yapısı

1.1. Veri Setinin Özellikleri

BY'na uygun olduğunu söylemek doğru olmayacaktır. BY'nın etkinliği veri setinin özellikleri ile yakın ilişkilidir. BY kullanılarak yapılacak bir analizin doğru sonuçlar vermesi için veri kümesinin aşağıdaki özellikleri taşıması gerekmektedir.¹⁶

¹³ Ted P. HILL, "A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law", *Statistical Science*, Vol. 10, ss. 354-363, www.math.gatech.edu/~hill/; ve Ted P. HILL, "The First Digit Phenomenon", *American Scientist* Vol 86, ss. 358-63, 1998. www.math.gatech.edu/~hill/.

¹⁴ Gabriel LOMBARDI, "Benford's Law: Examples", <http://mrcla.com/Benford/Benford-pres/index.htm>, 1999 John NYE ve Charles MOUL, "The Political Economy of Numbers: On the Application of Benford's Law to International Macroeconomic Statistics", *The Berkeley Electronic Journal of Macroeconomics*, Vol. 7, Iss. 1, <http://www.Bepress.com/bejm/vol17/iss1/art17/>.

¹⁵ Jesus Gonzalez GARCIA ve Gonzalo PASTOR, "Benford'S Law and Macroeconomic Data Quality", *IMF Working Paper*, 2009.

¹⁶ Mark J. Nigrini, "I've Got Your Number", *Journal of Accountancy*, May 1999. <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>. s.80.

1. Veri kümesinde yer alan sayılar analizi yapılacak veri setinin fiziki ölçüleri olmalıdır.
2. Veri kümesindeki sayılar rassal olarak dağılmalıdır. Veri seti maksimum veya minimum sınırları içermemelidir.
3. Veri setinde yer alan sayılar telefon numaraları, sosyal güvenlik numaraları, kimlik numaraları..., gibi tahsis edilmiş numaralar olmamalıdır.

1.2. Hipotez Testi

BY, denetçilere veri kümesinde yer alan sayıların beklenen dağılıma uygunluğunu test etmektedir. Analiz hipotezi, güvenilir ve hilesiz veri setinin beklenen frekans dağılımının BY'na uygun olmasıdır. BY beklenen frekans dağılımına uygun olmayan veri seti için öncelikle, ana kütle veya örneklemin data özelliklerine uygunluğu araştırılmalıdır. BY *uygunluk testini* geçen veri kümesi artık, yanlış veya çarpıtılmış veri analizleri için hazır konuma gelir. Veri seti üzerinde uygulanacak beklenen frekans analiz sonuçlarının Benford Dağılımı'na uygun olmaması her zaman için veri setinin çarpıtılmış olduğu anlamına gelmez. Burada analizi destekleyecek χ^2 testi gibi istatistiksel testler yanında denetçinin gözlemleri ve veri setinde yer alan rakamların üretildiği dönemlerin özellikleri de dikkate alınmalıdır.¹⁷

Muhasebe verileri üzerinde yapılan analizlerde maliyet bedeli ile değerlendirilen stokların kontrolü ve farklı dağıtım kanallarında satışların denetlenmesinde yüksek güvenilirliğe sahip olduğu ortaya konulmuştur.¹⁸ Denetçilerin muhasebe verileri üzerindeki analizleri sık tekrarlanan rakamlar, küsürlü sayılar, yuvarlamalar ve ani sıçramalar üzerinde yoğunlaşmaktadır. ¹⁹ BY'na ilişkin yapılan ampirik çalışmalar, verilerdeki sapmaları tespit etmede %70 oranında etkin olduğunu ortaya koymaktadır.²⁰

1.3. Veri Kümesinin Analizi

Nigrini tarafından yapılan ampirik çalışma sonuçları, birinci ve ikinci hane testlerinin özellikle örneklemin veya ana kütleinin geniş olduğu denetim ortamında yüksek güvenilirliğe sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Büyük veri setlerinin analizi, ciddi zaman ve maliyet kayıplarına yol açma tehlikesi vardır. Geniş veri yığınlarının analizinde zaman-parasal tasarruf sağlayacak yaklaşımlar aşağıda verilmiştir:²¹

• **Örneklem Üzerinde Analiz:** Ana kütleinin tüm özelliklerini yansıttığı varsayılan daha küçük bir veri kümesi örneklem olarak seçilir ve analiz bu örneklem üzerinde uygulanabilir. Örneklemin seçiminde frekans faktörü ölçüsü kullanılarak veri seti bölünebileceği gibi gruplandırma yöntemi de kullanılabilir. Veri setinin parçalara ayrılarak test yapılması ve test sonuçlarının karşılaştırılması veri kümesinin küçültülerek analizin etkinliğini artırmak ve zaman-parasal maliyetleri düşürmek için kullanılabilir bir diğer yöntemdir. Denetçinin

C. Durtschi, W. Hillison ve C. Pacini "The Effective Use of Benford's Law to Assist in Detecting Fraud in Accounting Data", **Journal of Forensic Accounting**, 1524-5586, Vol. V, 17-34, 2004/24.; Mustafa Türkyener, "Benford Yasası ve Mali Denetimde Kullanımı", **Sayıştay Dergisi**, S. 64, ss. 115.

¹⁷ Mark J. NIGRINI, "Digital Analysis: A Computer-Assisted Data Analysis Technology for Internal Auditors", <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>.

¹⁸ A.g.m.

¹⁹ Richard B. LANZA, "Analytically Reviewing Digits for Fraud and Inefficiencies", 1998.

<http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf> s.1. ve Mark J. NIGRINI, "Digital Analysis: A Computer-Assisted Data Analysis Technology for Internal Auditors", <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>.

²⁰ Melih ERDOĞAN, "Muhasebe Hilelerinin Ortaya Çıkarılmasında Benford Yasası", **Muhasebe ve Denetim Bakış**, Ocak 2001, ss.1-8.

²¹ Mark J. NIGRINI, "A Review of The Audit Tests to Detect Anomalies in Data Subsets, February 1999, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>.

örneklem büyüklüğünü hesaplarken β_{riski} olarak adlandırılan iç kontrol güven düzeyi ve denetim riski gibi faktörleri dikkate alması gerekmektedir. Logaritmik olasılık yasasının doğru sonuçlar vermesi analiz yapılacak veri kümesinin teknik açıdan doğru düzenlenmiş olmasına bağlıdır. Veri setindeki tekrarlar (modlar), psikolojik yanıltma amaçlı sayılar (psikolojik fiyatlandırma) açısından veri setinin temizlenmesi ve ayıklanması gereklidir.

• **Çift Kayıt Kontrolü:** *Rakam Frekans Faktörü (NFF)* kullanılır. Örneklem üzerinde yapılacak çift kayıt kontrolü, veri setini küçültmede kullanılabilir bir yaklaşımdır. Birden fazla tekrarlanan sayıların ortaya çıkış frekanslarının ölçülerek ana kütlelin azaltılmasını sağlayan bir analiz yöntemidir. NFF formülasyonunda n gözlem sayısını ve c_i ise birden fazla tekrar eden sayıları vermektedir. $1 \geq NFF \geq 0$ aralığındadır. NFF sıfır veya sıfıra yakın olması verilerde çift kayıt sorunu olduğunu gösterirken; 1'e yaklaşması veri setinde çift kayıt probleminin bulunmadığını gösterir. Banka günlük mevduat işlemleri açısından bu oranın sıfıra yakın olması bir hesaba ilişkin yoğun bir işlem yapıldığının veya yapılan işleme ilişkin yanlış çift kayıt yapıldığını gösterir.

$$NFF = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n c_i^2}{n^2}$$

Örneğin 12,12,18,16,21,21,21,9,9,9,9,6,4,2,2 rakamlarından oluşan bir veri setinde birden fazla tekrar eden rakamların frekans faktörü ($c_{12}=2$, $c_{21}=3$, $c_9=4$ ve $c_2=2$) %23 olarak hesaplanmaktadır. Bu oran veri kümesinde tekrar eden rakamların ağırlığını vermektedir. BY testi yapılırken tekrar rakamlar tek bir rakam gibi alınarak üzerinde analiz yapılan veri kümesi küçültülebilir.

$$NFF = \frac{2^2 + 3^2 + 4^2 + 2^2}{15^2} = \frac{33}{225} = 0,146$$

Örnekte 0.14 rakamı sıfıra yakın olduğundan verilerde çift kayıt olması ihtimali bulunmaktadır. Verinin giriş yapan operatör tarafından yeniden gözden geçirilmesi veri güvenilirliğini artıracaktır.

• **Yuvarlama Kontrolü:** Yuvarlanmış rakamlar veri setinde yer alan birbirine çok yakın küsürlü rakamların eşlenmesini sağlayarak örneklemini küçültür. Yuvarlama Hatası Kontrolü, *Nispi Büyüklük Faktörü Testi (RSFT)* yapılmaktadır. Veri setindeki yuvarlama hatalarını bulmaya yönelik bu testte veri setindeki en büyük rakam ikinci büyük rakama oranlanarak normal aralıklara uymayan rakamlar tespit edilmeye çalışılmaktadır. Yukarıda verilen veri seti için nispi büyüklük faktörü, $21/18=1,17$ olarak hesaplanır. RSFT fazla sıfır veya haneleri yanlış ayrılmış rakamların tespitinde önemli rol oynamaktadır. Ondalık küsür hanesi iki rakamlı olarak kayıt yapılıyorsa $RSFT > 100$ oranı ondalık ayırıcının yanlış olduğunu test etmekte kullanılır. Örnekte $1,17 < 100$ olduğundan yuvarlama hatası bulunmamaktadır.

1.4. BY Güvenirlilik Analizleri

BY fark edilişi ve ortaya çıkışı büyük sayı kitleleri ile yapılan işlemler olması nedeniyle veri büyüklüğü analiz sonuçlarını etkilemektedir. Veri yığını büyüdükçe logaritmik olasılık dağılımı daha doğru sonuçlar vermektedir. Veri yığınının büyüklüğü yeterli olduğu sürece X^2 testi yeterli olacaktır. Ancak veri yığını küçük ise X^2 testi yanıltıcı sonuçlar vereceğinden ileri

istatistiksel tekniklerle desteklenmesi gerekmektedir. Nigrini bu durumda Z istatistiğinin güvenilir olduğunu iddia etmektedir.

2. By Mali Denetiminde Kullanılabilirliği

Benford Yasası işleyişine ilişkin iki örnek hazırlanmıştır. İlk ülkemizde uygulanan çalışanlara vergi iadesi uygulamasında kullanılan ve bir mükellef tarafından beyan edilen vergi iadesi verilerinde hile ve hata aramasıdır. İkincisi mali kamu gelir ve harcama istatistiklerinin güvenilirliğinin test edilmesidir.

2.1. Vergi İadesine İlişkin Bir Uygulama Örneği

Gizlilik ilkesi Türkiye için ihtiyaç duyulan kayıtlara ulaşmayı yasal olarak engellemektedir. Dahası vergi idarelerinin özel sektör firmalarında önemi henüz yeni anlaşılmiş müşteri tarihçeleri gibi mükelleflere ilişkin vergi ödeme alışkanlıklarının tespitine yardımcı olacak veriler tutmadıkları bir gerçektir. Bu nedenle analizi vergi iadesi uygulamasından yararlanan bir mükellefin vergi iadesi beyanını kullanarak yapmanın uygun olacağı düşünülmüştür. Vergi İadesi'nde kullanılan harcama belgelerinin analizinde ilk basamak testi kullanılacaktır.

2.1.1. Veri Setinin Analizi: χ^2 Testi

Ana kütle n=285 harcama belgesinden oluşmaktadır. Ana kütle için tamamı hesaplamayı dahil edilmiştir. Veriler öncelikle Excell tablosu halinde düzenlenmiş ve ilk basamak testi için ölçek geliştirilmiştir. Geliştirilen ölçekle süzülen veriler frekans tablosuna aktarılmıştır. Analizin sıfır hipotezi vergi iadesinde kullanılan harcama belgelerinin BY frekans dağılımına uygun olduğudur. Alternatif hipotez ise, veri kümesi frekans dağılımı BY frekans dağılımına uymamaktadır.

Ho: Vergi İadesi şedülü BY'na uygun dağılmaktadır

H1: Vergi İadesi şedülü BY'na uygun dağılmamaktadır

Vergi iadesi formundaki harcama belgelerinin frekans dağılımları mutlak ve yüzde dağılımları gözlenen ve BY beklenen değerlere göre dağıtılarak, dağılımın BY'na uygunluğu χ^2 testi kullanılarak sınanmıştır. Çizelge 2, χ^2 testi analizini göstermektedir. Gözlenen mutlak ve % frekanslar vergi iadesinde kullanılan harcama belgelerinin toplam belge içindeki mutlak ve oransal payını vermektedir. Beklenen mutlak ve % frekanslar BY frekans dağılımı tablosundan ilk basamak frekans dağılımını gösteren Çizelge 1'deki ilk sütundan alınmıştır. %5 yanılma riski ve 8 serbestlik derecesi [df=(0-9arası)9-1=8] ile yapılan analiz sonrasında χ^2 tablo değeri =15,507 (χ^2 testi tablosundan bulunmuştur) ve hesaplanan χ^2 değeri ise 30,11364 olarak bulunmuştur. Yapılan analiz sonrasında χ^2 hesaplanan değeri, χ^2 tablo değerinden büyük olduğu için, araştırmanın sıfır hipotezi reddedilir.

$$\chi_{0,05;8}^2 = 15,507 \text{ ve } \chi_{\text{Hesaplanan}}^2 = 30,11364 \Rightarrow \chi_{\text{tablo}}^2 < \chi_{\text{hesaplanan}}^2$$

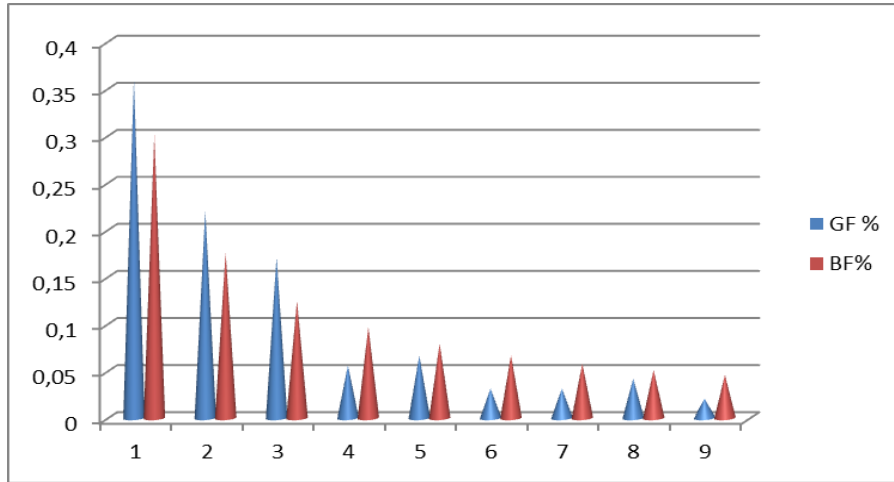
Sıfır hipotezin reddedilmesi, iki frekans dağılımı arasında bir sapmanın varlığını göstermektedir. H1 alternatif hipotezinin kabul edilmesi vergi iadesine ilişkin harcama belgelerinin denetlenmesini gerektirmektedir. Denetleme yapılacak belgeler, Çizelge 2'de hesaplanan en yüksek $\chi^2=5,38$ değerine karşılık gelen 6 rakamı ile başlayan belgeler üzerinde yapılacaktır. Böylece denetçi 286 belge üzerinde yapılacak denetimi, analiz sonrası, ilk rakamı 6 ile başlayan 9 belge ile sınırlandırarak; denetim etkinliğini artıracaktır. Denetim yapılacak veri

yığınının 9 elemanlı örnekleme indirgenmesi, zaman-parasal maliyetlerden tasarruf sağlayarak denetim sürecinin etkinliğini artıracaktır. İlk rakamı 6 olan harcama fişleri süzülürken 625 milyon liralık kira harcaması üzerinde yoğunlaşmaktadır. 2000 yılı için kira gelirleri istisnası sınırı 630 milyon olduğu hatırlanırsa bu beyanın gerçekleri yansıtmadığı açıkça ortaya çıkar. Denetçinin analiz sonrası doğruluğunu sorgulaması gereken ilk husus kira gideri beyanına ilişkin kira kontratının doğruluğu olmalıdır.

Çizelge 2: Ki-Kare Tablosu

İlk Rakam	a) GFmutlak	BFmutlak	GF %	b) BF%	Ki-Kare
1	103	86	0,3601	0,3010	3,319526
2	63	50	0,2203	0,1761	3,171405
3	49	36	0,1713	0,1249	4,926184
4	16	28	0,0559	0,0969	4,952715
5	19	23	0,0664	0,0792	0,586936
6	9	19	0,0315	0,0669	5,377305
7	9	17	0,0315	0,0580	3,469434
8	12	15	0,0420	0,0512	0,47271
9	6	13	0,0210	0,0458	3,837428
n=Veri	286	286			30,11364

Çizelge 2'deki veriler kullanılarak oluşturulacak histogram, örneklem dağılımı uygunluğu konusunda daha görsel bir sunum sağlayacaktır. Histogramda izlendiği gibi dağılım büyük sayılar kanununa uygun olarak örneklemin hacminin artması ile birlikte BY uygun bir dağılım izlemektedir.



Grafik 2: GF ve BF Dağılım Grafiği

2.1.2. Yuvarlama Hatası Araştırması: RSTF Analizi

Ana kütlede en büyük harcama rakamının, serinin ikinci büyük rakamına oranı olarak

$$RSFT = \frac{625.000.000}{310.000.000} = 2,016$$

tanımlanan $RSFT=2,016 < 100$ olduğundan verilerde bir yuvarlama hatası bulunmamaktadır.

a. Çift Kayıt Kontrolü: NFF Analizi

Sayı frekans faktörü $NFF=0,78$ olarak hesaplanmıştır. $NFF > 0$ ve 1'e yakın olduğundan veri setinde çift kayıt sorunu bulunmamaktadır.

$$NFF = 1 - \frac{\sum C_i^2}{n^2} = 1 - \frac{103^2 + 63^2 + 49^2 + 16^2 + 19^2 + 9^2 + 9^2 + 12^2 + 6^2}{286^2} = 0,780698323$$

b. Mali Verilerin Kalitesinin Ölçülmesi

Türkiye ekonomisi 1950-2005 yılları arası vergi ve harcama cari gerçekleşme rakamları üzerinde bir akademik çalışmada kullanılan veriler Benford Yasası kullanılarak test edilmiştir. Sıfır ve alternatif hipotezler aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

H_0 =Mali veriler BY dağılıma uygun değildir

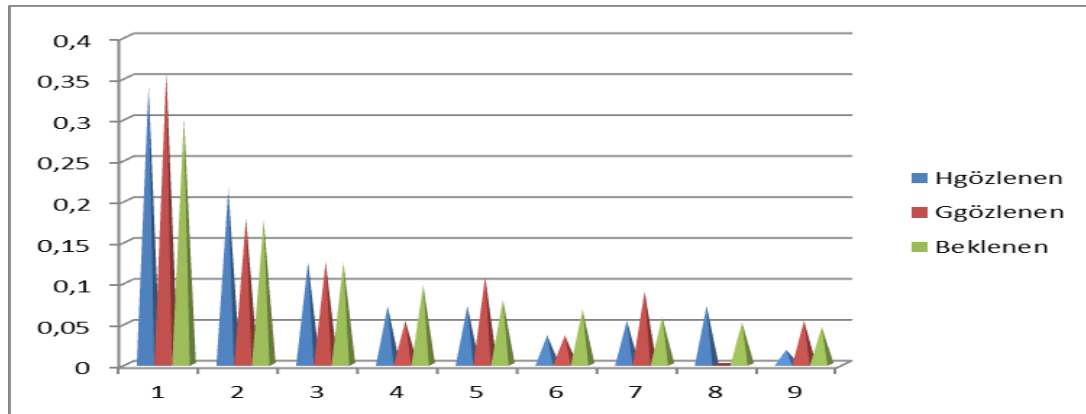
H_1 = Mali veriler BY dağılımına uygundur

Ki-kare testi kamu harcamaları için $\chi_g=54$ ve kamu gelirleri için $\chi_t=6,92$ olarak hesaplanmıştır. Ki-kare test sonuçları tablo değerlerinden $\chi_{tablo}= 1.34$ yüksek olduğu için H_0 hipotezi kabul edilir. Kamu harcamaları için $RSTF_g=1.039$ ve kamu gelirleri için $RSTF=1.234$ olarak hesaplanmıştır. $RSTF_{g,t}<100$ olduğu için serilerde iki haneli yuvarlama hatası bulunmamaktadır. NFF testinde verilerde tekrar bulunmadığı için 1 sonucu çift kayıt yapılmadığını göstermektedir.

Çizelge 3: Kamu Gelir ve Harcama Ki-Kare Testi

Hfrekans	Hgözlenen	Gfrekans	Ggözlenen	İlkbasamak	Beklenen	Beklenen frekans	H	G
19	0,339285714	20	0,357142857	1	0,3010	17	16,1859372	0,585737479
12	0,214285714	10	0,178571429	2	0,1761	10	9,437181089	0,00195661
7	0,125	7	0,125	3	0,1249	7	6,748817233	1,66782E-06
4	0,071428571	3	0,053571429	4	0,0969	5	5,285042986	1,085347016
4	0,071428571	6	0,107142857	5	0,0792	4	4,292429485	0,552966816
2	0,035714286	2	0,035714286	6	0,0669	4	3,677943652	0,81597408
3	0,053571429	5	0,089285714	7	0,0580	3	3,141292854	0,945658143
4	0,071428571	0	0	8	0,0512	3	2,723491943	2,864568
1	0,017857143	3	0,053571429	9	0,0458	3	2,52680216	0,074735154
56	1	56	1			56	54,0189386	6,926944966

Dağılımın BY uygunluğu histogram üzerinde büyük sayılar kanununa uygun eğilim gösterip göstermediğinin görülmesi açısından faydalı olacaktır. Histogramda görüldüğü gibi örneklem BY yaklaşma konusunda büyük sayılar kanununa uygun bir eğilim göstermektedir.



Grafik 3: Mali Göstergeler için GF ve BF dağılımları

SONUÇ

Logaritmik Olasılık Yasası teorik ve teknik yapısı ile uluslararası çalışma sonuçları aracın mali denetimde son derece etkin bir araç olduğunu ortaya koymaktadır. Ancak Türkiye açısından kamu mali denetimine ilişkin yeterli uygulama bulunmadığından aracın etkinliği konusunda kesin çıkarımlarda bulunmak doğru olmayacaktır. Çalışmada yapılan iki ampirik uygulamanın doğru sonuçlar vermesi logaritmik olasılık yasaasının mali denetimde güvenilir bir araç olabileceği izlenimi vermektedir. Sahada çalışan mali denetim elemanlarının mükelleflerin belge ve defterleri üzerinde yapacağı çalışmalarda etkinlik sağlayacağı son derece açıktır. BY sadece mali denetim açısından değil, akademik düzeyde yapılacak çalışmalarda kullanılan verilerin güvenilirliğinin test edilmesinde de istatistiksel olarak etkin bir araç olduğu anlaşılmaktadır. Örnek kütlelerin büyük olması büyük sayılar kanunu gereğince dağılımı ve analizin güvenilirliğini artırdığı bir gerçektir. Ancak küçük veri yığımları üzerinde yapılan çalışmalarda da veri kütle dağılımının BY'na uygun bir eğilim içinde olduğunu söylemek yanlış olmayacaktır. Ulusal literatür incelenirken bu alanda yapılan çalışmaların büyük ölçüde özel sektör firmaları muhasebe denetimi alanında yapıldığını ve çalışmalarda ampirik analizlerin yapılması konusunda sıkıntı yaşandığı izlenimi oluşmuştur. Bunun nedenleri yasal olarak firmaların mali verilerinin ticari sır olarak görülmesi ve ifşa edilmek istenmemesi ile pratikte denetimin akademik amaçlı da olsa mükellefler üzerinde rahatsız edici bir yanının olmasıdır. Kamu mali denetiminde yasal sınırlama daha katı biçimde kendisini hissettirmektedir. Denetim elemanlarının yaptıkları mali denetimlerde elde ettikleri verileri ve dokümanları üçüncü şahıslarla paylaşmasının yasal olarak mükellef hakları ve denetimin gizliliği ilkeleri ile korunduğu aşıkardır. Ancak kamu kurum ve kuruluşlarının özel ve kamu muhasebesi çalışmalarına temel teşkil eden harcama ve tahsilat belgelerine ulaşım yasal engeller yanında bürokratik engellerle de imkansız hale gelmektedir. Kamu gelir-harcama akımlarının denetlenmesinde nicel kriterlerin kullanılması, özel sektöre kıyasla zor görünmektedir. Denetimde gelişmiş matematik-istatistiksel tekniklerin kullanılması idarenin kayıt tutma geleneği yanında, kalifiye eleman istihdamı ile de yakından ilgilidir. Özellikle dış denetçiler için uygun olan bu yöntemin kamu adına belge üzerinde denetim yapan kamu denetçileri için de uygun bir yöntem olduğunu söylemek yanlış olmayacaktır. BY özel sektör firmalarının iç-dış denetimlerinde kullanılması denetim zaman-parasal maliyetleri üzerinde pozitif etkiler yaratır ve denetim etkinliğini artırır. BY, bağımsız dış denetçiler, kamu adına denetim yapanlar yanında; nakit hareketlerinin yoğun olduğu banka gibi kuruluşlarda hesap hatalarının kontrol edilmesi, stok hareketlerinin takibi, pazar hareketlerinin analizi gibi konularda iç kontrol elemanları ve analistler için de kullanılabilir bir tekniktir. Hata ve hilelerin önlenmesinde bir erken uyarı sistemi olan logaritmik olasılık dağılımı analizi olan BY kullanılması, harcama ve gelir akımlarının kontrol edilmesi ve hile ile hataları asgari düzeye indirecektir. Bu analizlerin yapılmasını sağlayacak paket programların alınarak kamu adına mali denetim yapanların program hakkında bilgilendirilerek eğitilmesi denetim etkinliğini artıracaktır. Sonuç olarak Türkiye'de kamu mali denetiminde tekniğin etkin olduğunu söylemek için daha çok sayıda çalışma yapılması ve çalışma sonuçlarının paylaşılması gerekmektedir. Tekniğin kullanılmasındaki en büyük sıkıntı tam istatistiksel yazılımlara sahip olunması ve uygulayıcıların iyi istatistik bilgisine sahip olmaları hususlarıdır. Tekniğin doğru sonuçlar vermesi için analiz edilecek olan verilerin ön istatistiksel hazırlıklarının iyi yapılması ve sonuçların istatistiksel anlamlılıklarının ileri istatistiksel teknikler kullanılarak test edilip doğrulanması tekniğin kullanımını sınırlayan hususlar olarak karşımıza çıkmaktadır.

KAYNAKÇA

- Akkaş, Murat Engin,(2007) “Denetimde Benford Kanunu’nun Uygulanması”, GÜ-İİBF Dergisi, 9/1, (191-206).
- Alagöz, Ali ve Mustafa AY, “Muhasebe Denetiminde Benford Kanunu Temelli Dijital Analiz”, SÜ İİBF Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi, (59-76).
- Berton, Lee “He’s Got Their Number: Scholars Uses Math To Foil Financial Fraud”, The Wall Street Journal, July 10 1995, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>.
- Boztepe, Engin (2013), “Benford Kanunu ve Muhasebe Denetiminde Kullanılabilirliği”, EUL Journal of Social Sciences (IV:I), LAÜ Sosyal Bilimler Dergisi, 2013 (73-83)
- Brown, Malcolm W. (1998), “Following Benford’s Law or Looking Out For No.1”, The New York Times: Science, August 4 1998, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>.
- Çatıkkaş, Özgür ve Y.Ercan Çalış,(ty) “Hile Denetiminde Proaktif Yaklaşımlar”, <http://journal.mufad.org/attachments/article/167/11.pdf>
- Durtschi, Cindy, Willam Hillison ve Carl Pacini, (2004), “The Effective Use of Benford’s Law to Assist in Detecting Fraud in Accounting Data”, Journal of Forensic Accounting, 1524-5586 Vol.5, pp. 17-34.
- Erdoğan Melih,(2001) “Muhasebe Hilelerinin Ortaya Çıkarılmasında Benford Yasası”, Muhasebe ve Denetime Bakış, Ocak 2001, ss.1-8.
- Garcia, Jesus Gonzalez ve Gonzalo PASTOR(2009), “Benford’s Law and Macroeconomic Data Quality”, IMF Working Paper.
- Glover, Steven M.,(2000) “The Software Scene”, Internal Auditor, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm, pdf>.
- Lanza, Richard B.(1998) “Analytically Reviewing Digits for Fraud and Inefficiencies”. <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>.
- Lanza, Richard, “Auditing Unit Prices with Digital Analysis, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>.
- Lanza, Richard, “Digital Analysis to Detect Data Anomalies”, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm>
- Lombardi, Gabriel,(1999) “Benford’s Law: Examples”, <http://mrcla.com/Benford/Benford-pres/index.htm>,
- Maney, Kevin, “Baffled By Math: Wait Till I Tell You About Benford’s Law”, USATODAY, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm>.
- Mcnatt, Robert (1998)“A Penny Earned Is A Penny Fudged”, Business Week: Up Front, December 14 1998, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm>.
- Nigrini, Mark J(1999). “A Review of The Audit Tests to Detect Anomalies in Data Subsets, February 1999, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>.

- Nigrini, Mark J(1999). “Digital Analysis: A Computer-Asisted Data Analysis Technology for Internal Auditors”,
<http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>.
- Nigrini, Mark J. “Digital Analysis: A Computer-Asisted Data Analysis Technology for Internal Auditors”, <http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>.
- Nigrini, Mark J.(1999) “I’ve Got Your Number”, Journal of Accountancy,
<http://www.auditsoftware.net/infoarchive/index.htm.pdf>.
- Özer, Gökhan ve Burak BABACAN, (2013) “Benford Yasası ve Basamak Analizi: Türk Bankacılık Sektörü Üzerine Bir Uygulama”, İşletme ve Ekonomi Araştırmaları Dergisi, 2013, 4/1 (29-41)
- Türkyener, Mustafa,(2007), “Benford Yasası ve Mali Denetimde Kullanımı”, Sayıştay Dergisi, 2007 S. 64, (111-122).
- Yanık, Ramazan ve T. Han SAMANCI, (2013) “Benford Kanunu ve Muhasebe Verilerinde Uygulanmasına Ait Kamu Sektöründe Bir Uygulama”, ATAUNİ SBE Dergisi, 2013, 17 (1) (335-348).
- Yıldırım, Hakan ve M. Nuri İNEL (2012), “Muhasebe Denetiminde Örneklem Tekniklerinin Değerlendirilmesi Üzerine Bir İnceleme”, Marmara Üni.İİBF Dergisi, 2012, XXXII/I, (261-276)
- http://www.cut-the-knot.com/do_you_know/zipfLaw.html.
- <http://americanscientist.org/articles/98articles/hillcap2.html>.
- <http://americanscientist.org/articles/98articles/hillcap2.html>.